

# LA TIENDA DIDÁCTICA: UNA ESTRATEGIA PARA PROMOVER LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS CON ESTRUCTURA MULTIPLICATIVA EN 4º GRADO DE BÁSICA PRIMARIA

Luis Guillermo Díaz-Hernández\*  
Francisco Javier Ruiz-Ortega\*\*

---

Díaz, I. G. y Ruiz, J. F. (2019). La tienda didáctica: una estrategia para promover la resolución de problemas con estructura multiplicativa en 4º grado de básica primaria. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 15 (2), 134-157


---


## RESUMEN

**Objetivo.** Identificar cómo los niños de un contexto rural, tras la aplicación de la estrategia, construyen su pensamiento multiplicativo. **Método.** La investigación de carácter cualitativo, tuvo instrumento para la recolección de información la aplicación de un cuestionario a estudiantes del grado 4º de primaria, de una institución de post-primaria del sector rural. **Conclusiones.** El análisis cualitativo realizado a la información obtenida, permitió concluir que plantear y resolver situaciones problema contextualizadas y cercanas al conocimiento de los niños, potencia el nivel de comprensión sobre los diversos significados que tiene la multiplicación aritmética. De igual manera, que la formulación de situaciones problema realistas se ve enriquecida por el uso de conceptos, representaciones y procedimientos interconectados entre sí, a la vez que le facilitan a los alumnos el paso gradual de lo concreto a lo gráfico y posteriormente, a lo simbólico.

**PALABRAS CLAVE:** educación matemática, aprendizaje de las matemáticas, solución de problemas, estructura multiplicativa.

---

\* Magister en Didáctica de la Matemática. E-mail: luisyuma@gmail.com.  orcid.org/0000-0002-1705-0624.  
**Google Scholar**

\*\* Docente de la Universidad de Caldas. Doctor en Didáctica de las ciencias y las matemáticas. Integrante del grupo de investigación Cognición y educación. Investigador del Programa Reconstrucción del tejido social en zonas de post-conflicto en Colombia, con código de la Vicerrectoría de Investigaciones y Posgrados 2012917, Universidad de Caldas. E-mail: Francisco.ruiz@ucaldas.edu.co.  orcid.org/0000-0003-1592-5535.  
**Google Scholar**

**Recibido: noviembre 14 de 2017. Aceptado: julio 18 de 2018**

## THE SCHOOL STORE: A STRATEGY TO PROMOTE PROBLEM SOLVING WITH MULTIPLICATIVE STRUCTURE IN 4TH GRADE STUDENTS

### ABSTRACT

**Objective.** To identify how children in a rural context, after the implementation of the strategy, build their multiplicative thinking skill. **Method.** Qualitative research in which a questionnaire was applied to 4th grade students in a primary school of a post-primary institution of the rural sector. **Conclusions.** The qualitative analysis carried out on the information obtained allowed concluding that raising and solving contextualized and close to the knowledge of children problem situations enhances the level of understanding about the different meanings that arithmetic multiplication has. Likewise, that the formulation of realistic problem situations is enriched by the use of interconnected concepts, representations and procedures each other, while facilitating students the gradual transition from the concrete to the graphic and then to the symbolic.

**KEY WORDS:** mathematics education, learning mathematics, problem solving, multiplicative structure.

### INTRODUCCIÓN

En el presente artículo se focaliza en la implementación de la estrategia de enseñanza *Tienda Didáctica* (en adelante TD) para la enseñanza de las operaciones aritméticas. Se hace énfasis en resolver problemas multiplicativos con alumnos de 4° de primaria rural, a partir de objetos de instrucción y de situaciones problema que les permitan resolver problemas con estructura multiplicativa (Vergnaud, 2004; Poveda 2011). La discusión que se expone hace referencia a cuatro aspectos que se considera consolidan las estrategias de enseñanza de los conceptos matemáticos y que son pilares estructurales de esta investigación.

Propuestas didácticas desarrolladas para superar las dificultades por las que atraviesan los alumnos que estudian en la zona rural de Colombia. corresponden a los trabajos elaborados por Castaño (1997), quien ha implementado la *Tienda Escolar* para llevarle experiencias significativas a los alumnos con el objetivo que

construyan su pensamiento multiplicativo; Betancourt y Puche (1997) diseñaron *la tienda en nuestra aula de clase* para la enseñanza contextualizada de la lectura y la escritura.

El primer componente hace referencia a los *campos conceptuales*. Al respecto, Bdetancourt y Puche (1997); Belmonte, (2001) y Cerritos (2012) afirman que un concepto no se encuentra aislado, sino que se halla interrelacionado con otros conceptos que, a su vez, adquieren sentido en las situaciones en que se presentan. Según Belmonte et al. (2001) en las estructuras multiplicativas la teoría de los campos conceptuales considera el tratamiento de conceptos, procedimientos y representaciones que están interconectados entre sí. Para Vergnaud (2004), el primer contenido básico es el de los *contextos o medios ambientes* que conforman un campo de pensamiento operatorio de las personas, “todo concepto adquiere sentido en función de las múltiples situaciones en que aparece” (citado en Bonilla et al., 1999, p. 91). Tanto Belmonte como Vergnaud reafirman la importancia de promover, desde prácticas contextualizadas de enseñanza, el desarrollo de habilidades cognitivas en los estudiantes como son la abstracción, el análisis y la síntesis, etc., y, de igual manera, el desarrollo de procesos de pensamiento como el aditivo y el multiplicativo (Castaño-García, 2008).

En este sentido, el segundo elemento al que se hace referencia tiene que ver con la *contextualización de los contenidos*. Sobre el contexto y su selección Parra y Saiz (2010) afirman: “La selección de los contextos que relatan las situaciones de la realidad, es compleja y a la vez determinante en la construcción del sentido que podrán realizar los alumnos sobre un concepto” (p.171). De igual manera, Isoda y Olfos (2009) plantean que el contexto brinda sentido concreto a una situación problema y determina la articulación entre los conocimientos previos, los datos del problema y la o las operaciones que se requieren desarrollar. Para investigadores como Puig y Cerdán (1995) es valioso planear situaciones problema que proveen “el trabajo previo que hay que realizar para aprehender la estructura multiplicativa, la cual requiere de la simulación de las acciones que en este caso pueden imitarse realmente [...] y no meramente imaginadas” (p. 81). Al respecto, Dickson, Brown y Gibson (1991) proponen como ejemplo el uso del dinero. Para ellas:

Es necesario asegurarse no solo que los niños sean capaces de efectuar las manipulaciones aritméticas que suelen proponerse en los textos escolares, sino que sepan utilizar dinero real en el contexto de situaciones cotidianas, sepan decidir

qué comprar, qué billetes, monedas o ambos ofrecer y qué cambio esperar, [...] es muy poca la investigación relevante en este caso. (p. 171)

El tercer elemento vinculado a los anteriores tiene que ver con las *situaciones problema*. La situación problema concreta se presenta como una intervención didáctica inicial de carácter contextualizado cuyo fin es involucrar al alumno en el aprendizaje de los temas preparados por el docente. Desde mediados del siglo XX la propuesta de enseñar la multiplicación a partir de las situaciones-problema ha tenido aceptación mundial. El modelo fundamentado en la resolución de problemas y las exigencias del currículo busca “promover las habilidades de pensamiento y comunicación en matemáticas” (Isoda y Olfos, 2009, p. 10) y contribuir al desarrollo de valores y adquisición de los contenidos propios del área. En una clase sobre situaciones problema referentes a la multiplicación las preguntas elementales como: ¿con tus palabras qué dice el problema?, ¿cómo se haría?, ¿qué operación se puede hacer para hallar el resultado?, ¿cuánto sería el total?, son el elemento que gestiona la actividad rumbo a la resolución del problema.

Un cuarto elemento para el desarrollo de esta investigación es la *estrategia o las estrategias utilizadas para la enseñanza del concepto “multiplicación”* concepto que se utiliza en la resolución de los problemas con estructura multiplicativa (RPs). Los estudios realizados por Isoda y Olfos (2009) han revelado que el tiempo de enseñanza de la multiplicación comparado con el aprendizaje de las tablas de multiplicar es muy corto, pero debe hacerse con sentido. Estos autores plantean una metodología donde la clase se centra en la pregunta ¿cómo podemos calcular cada producto de la tabla?, con la cual se genera una actividad de indagación en la que los alumnos desarrollan estrategias de “resolución de problemas” y el centro de la clase es “la actividad del alumno” y el rol del profesor es plantearles las preguntas para que surja el conocimiento por ellos mismos. En definitiva, el cuidado de su enseñanza tiene como objetivo permitir su reconstrucción utilizando “métodos más adecuados para almacenar y recuperar información de la memoria” (Maza, 1991, p. 74).

Los anteriores elementos fueron pilares para construir una estrategia didáctica que permitiera contextualizar y problematizar conceptos con el propósito de permitir que los estudiantes pudiesen, además de la comprensión de los mismos, utilizarlos en la resolución de problemas con estructura multiplicativa. A continuación se hace mención a esta estrategia denominada Tienda Didáctica (TD).

## La Tienda Didáctica

La TD pretende ser una estrategia de aula que proporciona a los alumnos y al docente la posibilidad de plantear situaciones-problema contextualizadas enmarcadas dentro de los procesos generales de la enseñanza de las matemáticas (MEN, 1998) y asigna a los alumnos un rol activo para que puedan descubrir desde las RPs las regularidades que tienen las estructuras multiplicativas.

A través de la estrategia didáctica en mención se pueden abordar múltiples temas. Para el presente trabajo se tiene como propósito acortar el tránsito entre el concepto de la multiplicación y su enseñanza (Chevallard, 1991) por medio de recursos de instrucción<sup>1</sup> y *situaciones problema contextualizadas* (MEN, 2006).

Según Castaño (1997) esta clase de estrategias permiten la construcción de “diferentes momentos que corresponden a variadas formas que siguen los niños para resolver problemas” (p. 4) mediante el uso de representaciones realistas, esquemáticas, aditivas y multiplicativas. Sobre la conveniencia de implementar estrategias como “Tenderos”, Castaño (1997) afirma:

Hacer vivir a los niños situaciones significativas (...) en las cuales tengan que coordinar acciones que impliquen empaquetamientos, equivalencias o relaciones multiplicativas, puede resultar más interesante para ellos que resolver problemas que los maestros inventen. Unas veces los niños experimentan comprar y vender artículos que se ofrecen en unidades de empaque que, a su vez, tienen unidades de empaque más pequeñas; otras, jugarán con máquinas de estirar o ampliar [...] al comienzo de estas experiencias se pedirá a los niños que ejecuten físicamente las acciones para resolver los problemas; poco a poco, se les motivará a que lo hagan apoyándose en gráficos, hasta que puedan prescindir de ellos y utilicen números. (p. 6)

La idea de exponer objetos, materiales de instrucción y plantear situaciones problema en la TD de manera continua se retoma del pedagogo Froebel

---

<sup>1</sup> Sobre el empleo de recursos de instrucción para estructurar el pensamiento multiplicativo, Castaño (1997) afirma que “conviene tener presente las posibilidades que los materiales brindan a los alumnos a nivel grupal e individual para comprender y resolver problemas multiplicativos sencillos y que luego, aumentarán en su complejidad” (p. 6).

(como se citó en Steen, 1999) quien considera que disponer en el aula de clases de “objetos que siempre deberían estar a la mano” es muy conveniente porque hace que los alumnos puedan percibir constantemente las regularidades y generalizaciones que podrán ser refinadas en cursos posteriores.

En la TD se trabajan recursos de instrucción, cuyo objetivo es construir el pensamiento multiplicativo y la formulación de situaciones-problema. Una de esas estrategias es el naipe multiplicativo propuesto por Castaño (1997), este permite formular situaciones multiplicativas simples definidas por Borasi (como se citó en D'Amore, 2011) como “el contexto en el que tiene sentido el problema propuesto” (p. 297), los cartones del naipe multiplicativo representan tres clases de problemas multiplicativos: encontrar el total, hallar el número de unidades y encontrar el valor unitario (Castaño, 1997).

Otros materiales de instrucción son: las barajas multiplicativas propuestas por Isoda y Olfos (2009) usadas para construir, memorizar y aplicar las tablas de multiplicar sobre la idea de la unidad como grupo con igual número de elementos; el minicomputador de Pappy (como se citó en Castaño, 1997), que promueve el paso de la estructura aditiva a la multiplicativa; cintas elásticas que permiten aproximar la multiplicación a los conceptos de doble, triple, cuádruple; cachito aditivo y cachito multiplicativo (Castaño, 1997).

## **OBJETIVO GENERAL Y PREGUNTA DE INVESTIGACIÓN**

Para responder a la pregunta: ¿Qué aporta la Tienda Didáctica como estrategia de enseñanza al desarrollo del pensamiento multiplicativo para la resolución de problemas elementales con estructura multiplicativa a los niños de 4º grado de Educación Básica Primaria?, se tiene como directriz el siguiente objetivo: *Identificar aportes de la tienda didáctica al desarrollo del pensamiento multiplicativo en los estudiantes para la resolución de problemas con estructura multiplicativa.*

## METODOLOGÍA

La investigación se desarrolló en la Institución Educativa Alfonso Daza Aguirre, ubicada en el sector rural “El Arenillo” del municipio de Herveo Tolima, Colombia. Este plantel educativo ofrece formación a sus estudiantes a través de las metodologías Escuela Nueva, Pos-primaria y Media. Se trabajó con un grupo de 17 alumnos del grado 4º de primaria con edades entre 10 y 11 años, de estratos 0, 1 y 2.

Para obtener la información que permitiera dar respuesta a la pregunta y objetivo planteado se aplicaron cinco cuestionarios, cada uno de ellos asociado a las estructuras multiplicativas. Asimismo, cada cuestionario tuvo un promedio de cinco situaciones problema. Se orientó a los niños para seguir los criterios de resolución de problemas propuestos por Polya (1989) comprensión del enunciado, concepción de un plan, ejecución del plan y revisión o verificación de la respuesta. Según el autor en mención son etapas que facilitan el proceso de resolución de los problemas y no la mera consecución de la respuesta de los mismos.

Los cuestionarios se aplicaron durante el segundo semestre del año lectivo 2014. Las situaciones problema propuestas fueron de una y de dos etapas (el mayor grado de complejidad en estas determinó en los niños mayor dificultad para resolverlas); directas e inversas (en las que se hace necesario sustraer, buscar el valor de una parte o buscar el número de partes u objetos) y su formulación estuvo relacionada con las categorías de razón, comparación y factor multiplicante (Vergnaud, 2004). A las situaciones problemas se les anexó un gráfico y en algunos casos se proporcionó el material de instrucción relacionado con las mismas

En segundo lugar, se registraron diálogos que surgieron de los estudiantes para hacer la RPs de los cuestionarios tres, cuatro y cinco. Se hizo la grabación de los conversatorios sostenidos por los grupos de 3 ó 4 niños para hacer la resolución de las situaciones problema.

En la tabla 1 se presenta la intencionalidad propuesta para cada aplicación de los cuestionarios.

**Tabla 1.** Intencionalidad de los cuestionarios aplicados

Cuestionario	Objetivos
1	Identificar dificultades de carácter conceptual o procedimental que se evidencian por parte de los alumnos, al resolver situaciones-problema elementales con estructura multiplicativa.
2	Plantear y formular situaciones problema en la <i>Tienda Didáctica</i> como estrategia de enseñanza para la construcción del pensamiento multiplicativo de los alumnos con miras a posibilitar la resolución de problemas con estructura multiplicativa.
3	Presentar situaciones-problema multiplicativas a grupos de tres o cuatro estudiantes para detectar posibles avances en la resolución de los problemas multiplicativos de una o de dos etapas.
4	
5	

Fuente: elaboración propia

## ANÁLISIS DE RESULTADOS

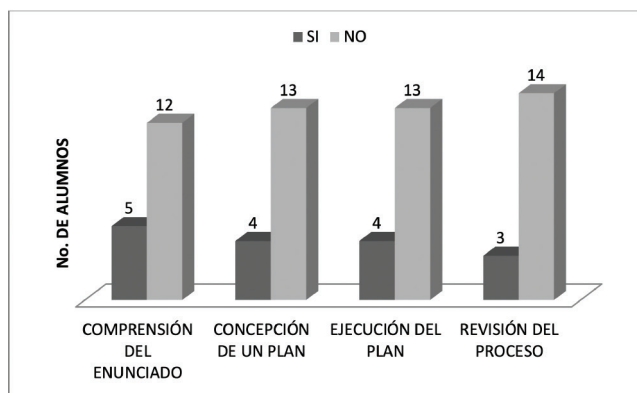
El análisis se hizo sobre los datos de las respuestas obtenidas tras la aplicación de los cuestionarios 1 y 2 y también sobre los diálogos grupales registrados al resolver los problemas propuestos en los cuestionarios 3, 4 y 5. A continuación se muestran los análisis desde los datos obtenidos tras la aplicación de las diferentes situaciones problema.

Los criterios empleados para evaluar el desempeño de los alumnos al momento de hacer la resolución de problemas fueron tomados del modelo clásico propuesto por Polya (1989), el docente hizo la revisión de los cuestionarios resueltos por los niños (17) y se contabilizó el número de veces que los estudiantes hicieron uso de los criterios de resolución. De Chamorro, Belmonte, Llinares y Vecino (2003) se retoma la sugerencia de tener claridad sobre factores como el nivel elemental de las situaciones problema, las edades de los alumnos a quienes van dirigidos los problemas, las características de su pensamiento y los objetivos que se plantea la educación matemática en la Educación Básica. Los cuatro criterios “ponen de manifiesto la existencia de dos procesos fundamentales en todo tipo de problemas... la comprensión y la solución” (Abrantes et al., 2008, p. 30).



**Primer momento de análisis.** El objetivo central de este primer momento de análisis fue: identificar las dificultades de carácter procedimental relacionadas al uso correcto de algoritmos y, a nivel conceptual, se pretendía saber si en los niños existían los presaberes relacionados con las estructuras aditivas y multiplicativas en las que se inscriben las operaciones de adición y multiplicación y sus operaciones inversas. El análisis se hace sobre las situaciones problema propuestas en el cuestionario No. 1

Situación-Problema No. 1: *María tiene 3 veces la edad de su hija Julia. Julia tiene 7 años. ¿Cuántos años tiene María?*



**Figura 1.** Criterios para resolver la situación problema No. 1

Fuente: elaboración propia

Los resultados (figura 1) muestran bajos valores en las cuatro subcategorías. El bajo desarrollo de competencias lectoras les impide a los alumnos comprender el enunciado. Una de las posibles interpretaciones que se hace de los resultados está sustentada en la afirmación de Kintsh y Van Dijk, y Norman y Rumelhart (como se citó en Poggioli, 1999) quienes señalan que es “la complejidad del texto, más que las operaciones matemáticas involucradas, lo que influye en el procedimiento del problema” (p.16). En este sentido se evidencian bajos índices de interpretación de enunciados en los alumnos del grado 4º. Puig y Cerdán (1995) expresan lo complejo que resulta para los niños entender la estructura gramatical del enunciado verbal (a la cual no están habituados).

A nivel conceptual se encontró, como concluye Maza (1991) que “la gran dificultad de los problemas consiste en interpretar la sentencia estructural de tal forma que la estrategia aplicada sea la correcta” (p.87). El excesivo énfasis en la realización de algoritmos multiplicativos no ha permitido que los alumnos construyan otros significados referentes a las estructuras multiplicativas, lo que les dificultó hacer la concepción y ejecución de un plan para resolver el problema.

Los escasos niveles de representación mental por parte de los alumnos para interpretar el enunciado problema, pudo ser una de las causas que les impidió hallar la regularidad de la estructura multiplicativa presente en el operador “tres veces más”. El cual fue interpretado por algunos alumnos de manera aditiva (por ello desarrollaron el procedimiento  $7 + 3$ ); Velásquez (1994) manifiesta haber encontrado que una de las confusiones más comunes para los alumnos cuando trabajan con problemas en los que aparece la relación escalar, expresada en un cuantificador “veces más”, es traducir erróneamente el “más” de la expresión “tres veces más” por una suma.

En el nivel procedimental los niños adicionaron de manera correcta los sumandos 7 más 3, pero este algoritmo no corresponde a la estructura multiplicativa en la que se inscribe la situación problema que se presentó.

Situación problema No. 2: *El salón de clases de los grados 2º y 3º mide 7 m de largo por 6 m de ancho. Con las anteriores medidas calcular el área del salón.*

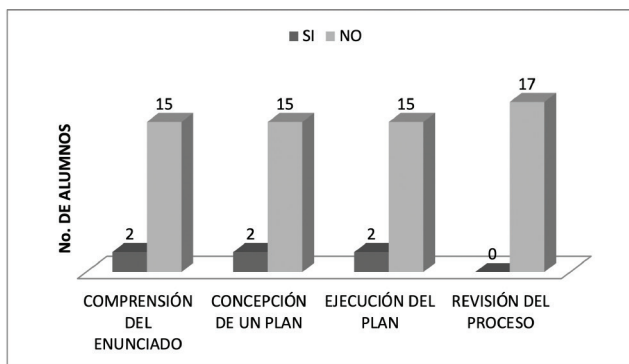
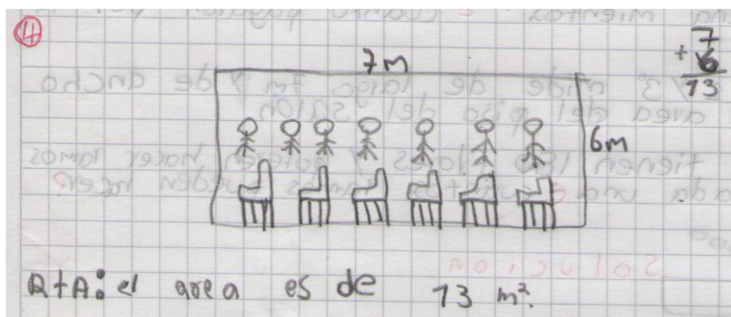


Figura 2. Criterios de resolución de la situación problema No. 2

Fuente: elaboración propia

La segunda situación problema “*el salón de clases de los grados 2º y 3º tiene 7m de largo...*”, es uno de los tipos de problemas que más dificultades planteó a los estudiantes. En este problema fue mínimo el desempeño en los cuatro criterios (figura 2). Según Castaño (1997) la estructura verbal del enunciado, que corresponde a otro de los significados de la multiplicación, no permite que los alumnos hagan una representación mental de manera sencilla del producto cartesiano. La mayoría de estudiantes optaron por efectuar una adición (figura 3).



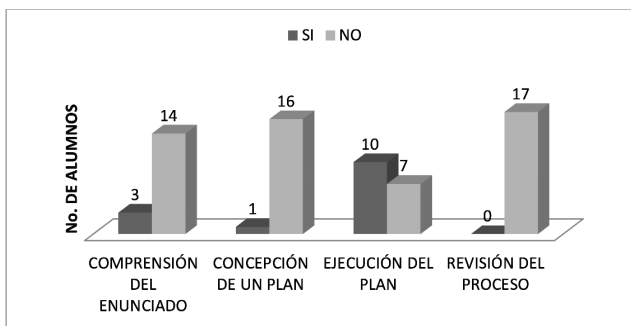
**Figura 3.** Representación sobre el cálculo del área. Alumno grado 4º

Fuente: elaboración propia

A nivel conceptual, el problema aritmético verbal PAV (Puig y Cerdán, 1995) multiplicativo en cuestión tiene mayor complejidad respecto a los problemas verbales aditivos. Los comportamientos de los alumnos que se reflejan son indicio insuficiente de lectura comprensiva del enunciado porque desconocen el producto cartesiano como uno de los significados de la multiplicación aritmética. Un total de trece estudiantes emplearon un procedimiento aditivo correcto para resolver el problema pero que no correspondía al indicado. El análisis presenta según Vergnaud (2004) que los alumnos del grado 4º han memorizado el producto que corresponde a  $6 \times 7$  ó  $7 \times 6$ , pero no han construido el pensamiento multiplicativo necesario para resolver un problema relacionado con al cálculo de áreas y volúmenes.

El énfasis en los procedimientos algorítmicos mecánicos tanto de la adición como de la multiplicación, se convierten en obstáculos de enseñanza y de aprendizaje de las operaciones que impiden implementar otras heurísticas que “tiendan a emplear procesos de razonamiento para diseñar procesos de instrucción correspondientes para remediarlos. (Jitendra y Kameenui como se citó en Poggioli, 1999).

Situación problema No. 3: *El dueño de la cacharrería está revisando la cantidad de canicas que tiene para vender. Las canicas vienen en cajitas de 8 y, a su vez, hay cajas más grandes que contienen 12 de esas cajitas. El dueño de la cacharrería tiene 15 de esas cajas grandes. ¿Cuántas canicas tendrá para vender?*



**Figura 4.** Criterios para resolver la situación problema No. 3

Fuente: elaboración propia

La situación problema de dos etapas (Puig y Cerdán, 1995) resultó de difícil comprensión para los alumnos (figura 4). Lo poco conocido o abstracto del enunciado (posiblemente por estar alejado de las experiencias de los alumnos) no fue de fácil interpretación del enunciado ni la *concepción del plan*, lo que evidencia vacíos conceptuales un poco más complejos referentes a problemas de dos etapas. Ante las exigencias de la demanda lógica, el contenido y la formulación lingüística del problema verbal, los conocimientos previos de los alumnos fueron insuficientes para hacer la conexión entre las relaciones que hay en los datos del problema y los algoritmos de las operaciones.

Los alumnos que resolvieron de manera parcial los procedimientos correspondientes a la primera etapa del problema, efectuando los cálculos entre los números  $12 \times 15$  ó  $12 \times 8$  (figura 5), dejaron inconclusa la resolución del problema, lo que evidencia según Poggioli (1999) que “el objetivo fundamental en la enseñanza de la resolución de problemas es ayudar a los estudiantes a desarrollar habilidades de pensamiento y procesos que permitan que estos alcancen soluciones correctas” (p. 28) y completas para facilitar la comprensión de los procedimientos y los conceptos involucrados en dichos procesos.

Respecto a la realización de procedimientos algunos niños presentaron dificultades para efectuar cálculos correspondientes a la tabla de multiplicar del 8. Esto se explica, según expertos como Maza (1991) porque las tablas del 6, 7 y del 8 son más difíciles de memorizar.

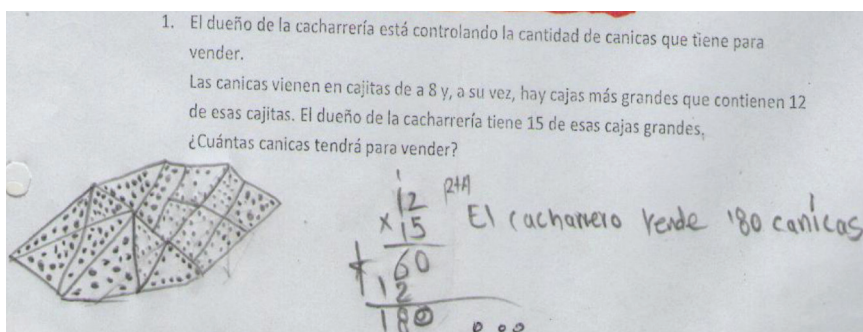


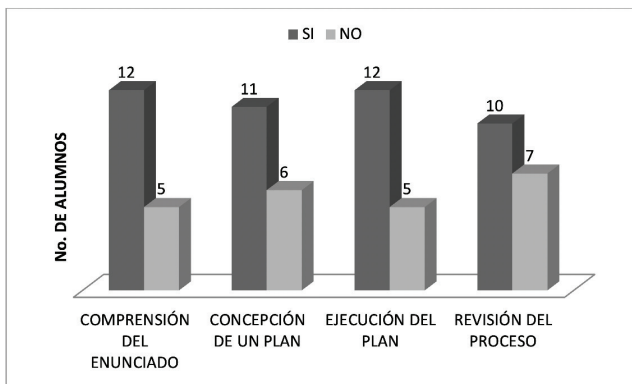
Figura 5. Formas gráficas y procedimentales para la resolución de un problema

Fuente: texto fotografiado de los trabajos realizados por los estudiantes

**Segundo momento de análisis.** Con base en las dificultades identificadas en el primer momento se hizo la implementación de la estrategia *Tienda Didáctica*. El objetivo principal fue intervenir mediante el uso de diversos materiales de instrucción y de situaciones-problema enmarcadas en las categorías multiplicativas (Belmonte et al., 2001) el pensamiento multiplicativo de los alumnos.

Como se procedió en el primer momento, en este aparte se analizaron los criterios concernientes a la *comprensión del enunciado*, *concepción de un plan*, *ejecución del plan* y *la validación de la respuesta*, subcategorías propuestas por Polya (1989) que hacen parte de la didáctica de las matemáticas para hacer la resolución de problemas mediante un proceso en el que se pueden realizar gráficos, esquemas o dibujos para comprender mejor el enunciado problema, uso diversos de algoritmos que se pueden abreviar con el cálculo mental y la verificación de los resultados de acuerdo a los datos y consignas dados en el problema. El análisis sobre lo que aporta la TD para construir el pensamiento multiplicativo se hace sobre las situaciones problema propuestas en el cuestionario No. 2.

Situación problema No. 4: *En una de las tarjetas del Naípe Multiplicativo cada vaca da 3 litros de leche al día. Si hay un lote de 6 vacas, ¿cuál será la producción de leche semanalmente?*



**Figura 6.** Criterios para resolver la situación problema No. 4 (Cuestionario No. 2)

Fuente: elaboración propia

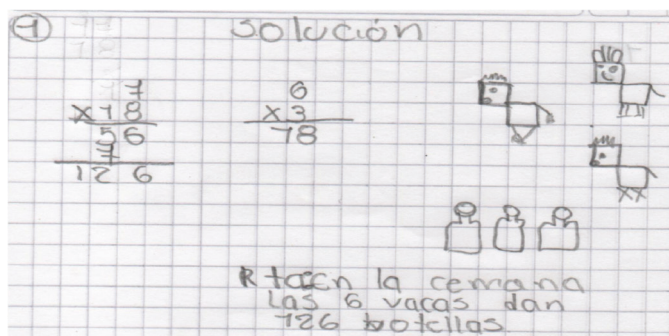
Los resultados muestran que el uso de materiales de instrucción, en este caso, el “*Naipe Multiplicativo*”, permitió que once de los diecisiete alumnos realizaran la comprensión y la resolución del problema. Para resolver el problema doce alumnos (Figura 6) utilizaron sus conocimientos previos sobre conceptos aditivos para calcular el número de litros de leche que las vacas producen al día.

Según Castaño (1997) a través de materiales de instrucción como el naipe multiplicativo los alumnos pueden asumir el reto de hacer la resolución de situaciones multiplicativas simples que los preparan para elaborar el pensamiento multiplicativo compuesto referente a empaquetar grupos dentro de otros grupos y cambiar unidades menores por otras mayores según relaciones de equivalencia .

Se observó que los alumnos que desarrollaron la situación en su totalidad hicieron uso de algún tipo de recursos gráficos o representaciones simbólicas. Se infiere que este comportamiento es un indicador de la construcción de habilidades de pensamiento compuesto (MEN, 2010).

Hubo alumnos que para resolver el problema inicialmente efectuaron el producto 6 por 3 y utilizando papel y lápiz efectuaron el algoritmo 7 por 18. Cuando en el enunciado del problema se pidió hacer un cálculo adicional, “*cuál será la producción de leche semanalmente?*”, la intencionalidad de la situación problema implicaba que los alumnos emprendieran acciones multiplicativas más complejas. En tanto la situación se categoriza como *de dos etapas*, es necesario efectuar dos

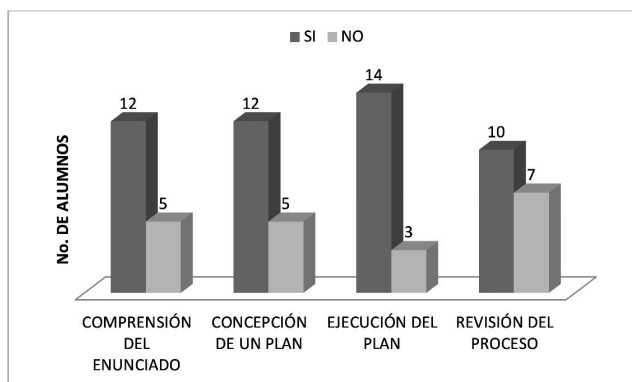
operaciones y además requiere de la identificación de regularidades propias del modelo multiplicativo. (Figura 7)



**Figura 7.** Resolución de un problema multiplicativo de dos etapas. Alumno grado 4°

Fuente: texto fotografiado de los trabajos realizados por los estudiantes

Situación- Problema No. 5: *El tablero de Pappy tiene cuatro recuadros y cada uno tiene un valor diferente: rojo (8 puntos), fucsia (4 puntos), rosado (2 puntos), blanco (1 punto). Juliana ha lanzado 15 granos de maíz sobre el tablero de Pappy y observa lo siguiente: 3 están sobre el recuadro rojo, 7 sobre el color fucsia, 4 en el rosado y 1 en el blanco. ¿Cuántos puntos hizo Juliana en total?*



**Figura 8.** Criterios para resolver la situación problema No. 5 (Cuestionario No. 2)

Fuente: elaboración propia

En el momento de resolver la situación problema cada alumno recibió las indicaciones pertinentes y un tablero de Pappy junto con los 15 granos de maíz o tapas. Los objetos representan varias unidades dependiendo del color en el que se ubiquen, facilitando la composición de números (Castaño, 1996). Algunos alumnos inicialmente hicieron agregaciones continuas 8, 16, 24, *asumiendo la multiplicación como una suma iterada*. Otros *triplicaron*, y en el caso de los 7 granos de maíz colocados en el color fucsia abreviaron los procedimientos aditivos efectuando multiplicaciones. La sumatoria total de los productos parciales la encontraron de manera más ágil gracias al empleo de los productos multiplicativos. Más allá de los cálculos algorítmicos un aporte del tablero de Pappy consistió en facilitarle a los alumnos una mayor comprensión del significado que tiene el multiplicador (como factor multiplicante) en la multiplicación (Soriano, 1996).

**Tercer momento de análisis.** En este apartado se presenta el análisis como complemento del seguimiento de los procesos desarrollados por los estudiantes. La intencionalidad es comprender de mejor manera los avances o dificultades registrados en los diálogos y su análisis brinda mayor información sobre cómo los alumnos fueron consolidando el desarrollo de sus habilidades en relación a la resolución de problemas sobre estructura multiplicativa. El análisis se hace sobre las situaciones problema propuestas en los cuestionarios 3, 4 y 5.

Situación No. 5: *Alumno 3: un comerciante que no tenía botellas recibe 4 pedidos de 450 botellas cada uno y luego hace 2 reenvíos de 370 botellas cada uno, ¿cuántas botellas le quedan en el depósito?*

A continuación se presentan algunos apartes de los diálogos establecidos entre los alumnos:

*Alumno 3:* lee el enunciado de una manera poco entendible porque omite algunas letras de las palabras.

*Alumno 3:* hay que hacer entonces una resta

*Profesor:* por qué habría que hacer una resta?

*Alumno 2:* lee el enunciado del problema nuevamente

*Alumno 2:* hay que hacer dos problemas

*Profesor:* quieres decir dos operaciones

*Alumno 2:* correcto



*Alumno 4:* en cuatro veces recibe los pedidos de botellas y después hace dos envíos de 370 botellas cada uno.

*Profesor:* les sugiere a los alumnos que averigüen por la cantidad de botellas que recibe el comerciante.

*Alumno 1:* ¿o sea que copio cuatro veces 450?

*Alumno 3:* y para saber cuántas botellas manda el comerciante sumamos 370 más 370.

Con el paso de enunciados verbales aditivos a enunciados verbales multiplicativos incrementa para los alumnos la complejidad semántica en la interpretación correcta de las consignas de los enunciados (Maza, 1991). Las exigencias lingüísticas aumentan cuando se trata de resolver problemas que requieren operaciones inversas en la resolución de problemas elementales verbales de una, dos o más etapas. El *alumno 2*, luego de leer el problema, expresa: “*hay que hacer dos problemas*”; esta afirmación es un aporte conceptual valioso porque ya hay una diferenciación entre los problemas de una etapa y los de dos etapas sobre los cuales trataron las situaciones problema de los cuestionarios anteriores.

Situación No. 6: *Averiguar cuántos cigarrillos fuma un individuo al año si cada semana consume 4 paquetes de 18 cigarrillos cada uno.*

A continuación se presentan algunos apartes de los diálogos establecidos entre los alumnos:

*Alumno 3:* averiguar cuántos cigarrillos fuma un individuo al año si cada semana consume cuatro paquetes de 18 cigarrillos cada uno.

*Alumno 4:* o sea que decir cuántos cigarrillos fuma un individuo al año

*Alumno 2:* quiere decir que hacemos una...

*Alumno 1:* hacemos cuatro operaciones o tres

*Alumno 4:* la pregunta es cuántos cigarrillos fuma al año?

*Alumno 1:* dirigiendo la mirada al profesor para hallar una respuesta afirmativa, pregunta: ¿Hay que hacer una multiplicación cierto?

*Alumno 1:* cua... 18 por 4 (y agrega), o 4 por 18

*Alumno 2:* ¡no, está muy difícil!

Los alumnos efectúan el algoritmo cuya respuesta es 72.

*Profesor:* entonces el individuo se fuma 72 cigarrillos al año?

En el diálogo que se desarrolla llama la atención la afirmación del *alumno 1*: *hacemos cuatro operaciones o tres*. Es una frase que indica para el alumno, con toda la información que hay en el enunciado, que se debe efectuar más de un algoritmo; no es determinante en afirmar hay que hacer  $x$ ,  $y$  o  $z$  operaciones, sino que se ha tomado un tiempo para reflexionar sobre la pregunta que se plantea en la situación y luego de manera reflexiva, comunica a sus compañeros la forma en que se puede llegar a la respuesta.

Se encontró que el *alumno 4* coloca limitaciones a su proceso de resolución porque uno de sus compañeros, cuando es interpelado por el profesor, hace la siguiente afirmación:

Alumno 4: no, el año tiene 12 meses y cada mes tiene 4 semanas

Alumno 1: y son cientos

Alumno 4: si multiplicamos 12 por 4 no quedaría bien.

Alumno 1: en una semana fuma 72 cigarrillos y en el mes lo de cuatro semanas (multiplica 72 por 4 y obtiene 288)

Alumno 3: se fuma 288 cigarrillos

En el grupo de alumnos se generan deliberaciones que les permitió a unos estudiantes convertirse en maestros de otros. Cuando los estudiantes piensan conscientemente sobre sus expresiones reflejan la manera como procesan datos y operaciones para la resolución de un problema y cuando verbalizan las acciones mentales, aprenden mucho más entre sí. Se destaca cómo ante situaciones nuevas las acciones multiplicativas trabajadas en la TD han proporcionado algunos modelos multiplicativos que posiblemente les ayudan a los alumnos a entender problemas para resolverlos. Aunque el problema no fue resuelto en su totalidad, esto se explica, de acuerdo con Castaño (1997) porque algunas categorías de problemas multiplicativos pueden tardar períodos de hasta tres años para ser generalizadas por los niños

Situación No. 8: *Hay 40 libros en la habitación de Juan. Hay 8 libros en cada estante. ¿En cuántos estantes ha colocado sus libros Juan?*

El enunciado es un poco complejo para el grupo de niños, es por ello que el *alumno 3* sugiere hacer un dibujo con el propósito de comprender mejor la situación. El diálogo que se presentó fue el siguiente:

Alumno 1: multiplicamos 40 por 8

Alumno 4: leamos bien

Alumno 2: entonces una suma

Alumno 3: hagamos un dibujo para entender mejor porque no podemos sumar 40 libros con 8 estantes.

Alumno1: hagamos una habitación chiquitica, en cada estante colocamos 8 libros, ah ya, ¿en cuántos estantes hay que colocar los cuarenta libros?, hay que hacer una división porque están preguntando cuántos libros hay en cada estante, o sea que de a 5. Ocho por cinco cuarenta, hay cinco estantes, (se ayuda del gráfico que ha elaborado para verificar la respuesta que obtuvo).

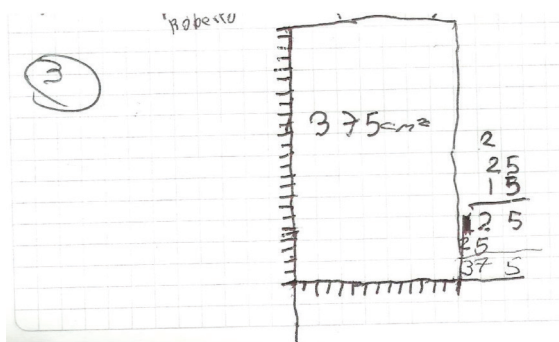
Los alumnos reflexionaron sobre la validez de los razonamientos buscando relaciones más convenientes. Concibieron un plan aunando posiciones, refutando algunos argumentos como por ejemplo “*no podemos sumar 40 libros con 8 estantes*”, este enunciado demuestra a nivel conceptual una mayor precisión en la comunicación sobre la interpretación que ha hecho del enunciado. La asignación de unidades extensivas a las cantidades numéricas se convierte en un elemento que aporta a la resolución comprensiva del enunciado-problema por parte de los alumnos: “*hagamos un dibujo para entender mejor porque no podemos sumar 40 libros con 8 estantes*”.

Un segundo aspecto que se destaca de la conversación entre los alumnos es el dominio de la situación. El *alumno 1* que al razonar sobre la cantidad de libros que se pueden colocar por estante expresa: “*o sea que de a 5, 8 por 5 cuarenta*” hizo implícitamente el cálculo de una división apoyándose en un producto y un factor conocido: el 40 y el 8, respectivamente. Las expresiones en cursiva evidencian avances como explicaciones precisas sobre la comprensión y solución de las situaciones problema.

Situación problema No. 9: *cada libro de copias mide 25 cm de largo por 15 cm de ancho, calcular la cantidad de libros que se necesitan para cubrir la superficie de una mesa que mide 50 cm de largo por 45 cm de ancho.*

Para Kaplan (como se citó en Soriano, 1996), uno de los fundamentos de las matemáticas es aprender a pensar, es estructurar esquemas multiplicativos que los alumnos pueden usar en la solución de nuevos problemas. Los alumnos inicialmente

calcularon con cierto grado de precisión el área del libro: dibujaron la superficie “del libro” sobre el papel sin hacer un rayado cuadrículado. Luego, como se observa en la figura 13, realizaron 25 divisiones sobre el largo y 15 divisiones para indicar el ancho del libro, uno de ellos hizo la diferenciación entre área y perímetro. Posteriormente, procedieron a cuantificar la medida de la superficie del libro efectuando el algoritmo correspondiente:



**Figura 9.** Representación gráfica y procedimental de un problema multiplicativo (alumnos grado 4º)

Fuente: texto fotografiado de los trabajos realizados por los estudiantes

El procedimiento multiplicativo realizado de manera correcta les permitió obtener el producto que luego escribieron dentro de la superficie delimitada por el rectángulo y le agregaron la unidad  $\text{cm}^2$ ; es notorio el uso de las representaciones que les sirvieron a quienes resolvieron la situación para tener una idea más clara del tipo de relaciones presentes entre las consignas del enunciado y los datos. Los comportamientos de los alumnos reflejan avances en la estructuración de su pensamiento multiplicativo, según Pena (2001) “la instancia del análisis global previa a la realización de los algoritmos, hace a la verdadera apropiación del problema por parte del alumno” (p. 6).

Para dar respuesta a la pregunta ¿cuál es la cantidad de libros que se necesitan para cubrir la superficie de una mesa que tiene 50 cm de largo por 45 cm de ancho?, el *Alumno 1*: (observando el dibujo hace un razonamiento correcto) *a lo largo caben dos libros y de ancho caben tres*. Hizo uso de la estimación del espacio ocupado por un libro y conociendo las dimensiones de la mesa el *alumno 3* expresó: *ahora debemos calcular cuántos libros de estos caben en la mesa: 25 y 25 50, dos de pa' rriba y 15 y 15 30 y 15 más son 45, y tres a lo ancho*.

Para complementar la resolución de la situación el *Alumno 2* repuso: *si por aquí caben dos libros y a lo ancho caben tres libros, entonces caben seis libros, porque la mesa mide 50 de largo 25 y 25 50 y quince por tres cuarenta y cinco, entonces tres por dos da seis libros*. La manera como los alumnos hacen la resolución del problema es definida por Pena (2001) como el desarrollo del sentido crítico en los alumnos porque establecen relaciones entre las consignas de los enunciados del problema, exploran y hacen hipótesis desde un pensamiento razonado sobre las situaciones problema contextualizadas.

Chamorro et al. (2003) exponen que uno de los factores que facilita la comprensión de los enunciados es la capacidad de representarse el problema para completar las significaciones extraídas del texto. Los progresos de los alumnos para interpretar y resolver esta situación problema evidencian una comprensión significativa que los condujo a su resolución de la que se deduce la construcción de las estructuras multiplicativas de la multiplicación.

## CONCLUSIONES

- Las técnicas que se implementaron para obtener información (observación del profesor, entrevistas y pruebas escritas) sobre categorías jerarquizadas (isomorfismo de medidas, campo único de medidas y producto de medidas) muestran que la estrategia de la *Tienda Didáctica* permitió avanzar gradualmente del pensamiento multiplicativo simple a la construcción de estructuras multiplicativas compuestas.
- Los estudiantes cuando inician la construcción de los esquemas multiplicativos tienden a identificar con más facilidad la función del multiplicador dentro de los enunciados verbales. Comprenden que la estructura multiplicativa se acerca más a la proporcionalidad que a la adición repetida de sumandos iguales.
- La *Tienda Didáctica* como estrategia que promueve diversas habilidades para el planteamiento y la resolución de problemas con estructura multiplicativa favorece la construcción de significados colectivos y el proceso general de la comunicación matemática de los alumnos dentro del aula de clase.
- Las actividades significativas, continuas y variadas formuladas en la TD permiten que gradualmente los alumnos puedan ascender cognitivamente de las estructuras aditivas a las estructuras multiplicativas de tal manera que puedan abstraer importantes propiedades de las operaciones aritméticas.

Es importante reconocer también que es necesario diseñar “*fichas didácticas*”, físicas o virtuales, que den razón de los avances sobre los esquemas aritméticos elaborados por los alumnos para resolver problemas aritméticos verbales. Se sugiere además que el alumno invierta más el tiempo detectando la sentencia estructural de la situación problema que utilizarlo en la realización de algoritmos básicos. Es relevante orientar el cálculo mental (Gómez, 2005) como herramienta que ayuda a los alumnos a ahorrar esfuerzos y a no ocuparse tanto de hacer las cuentas sino a dedicarle más energías a la comprensión de los anunciados-problema proceso que es fuente de interés para querer resolverlos.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Barba, C., Bofarull, M., Colomer, T., Fuertes, M., García, J..., Batlle, I. (2008). *La resolución de problemas en matemáticas*. Colección *Claves para la Innovación Educativa*. Barcelona, España: Editorial Graó.
- Belmonte, J. (2001). *Dificultades del aprendizaje de las matemáticas*. Editorial Ferdigrafos. Madrid: España.
- Betancourt, M. y Puche, M. (1997). *La tienda en nuestra aula de clase, palabras y páginas: la fascinación de ponernos en contacto*. Santafé de Bogotá, D.C., Colombia: MEN.
- Bonilla, M., Sánchez, N., Vidal, M; Guerrero, F. Lurduy, J., Romero, J..., Barón, C. (1999). *Enseñanza de la Aritmética Escolar y la Formación del Profesor*. Santafé de Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Gaia.
- Castaño, J. (1997). *Hojas Pedagógicas. Serie lo numérico. Programa Alegría de Enseñar. Fundación Antonio Restrepo Barco*. Cali, Colombia: Editorial Tecimpre.
- Castaño-García, J. (2008). An approach to the process of understanding numerals by children: Relationships between mental representations and semiotic representations. *Universitas Psychologica*, 7, 895-907
- Cerritos, H. (2012). El isomorfismo de medidas como estrategia para la resolución de problemas multiplicativos en el tercer grado de la escuela primaria. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 25, 727-735.
- Chamorro, M., Belmonte, J., Llinares, S. y Vecino, F. (2003). *Didáctica de las Matemáticas para Primaria*. Granada, España: Editorial Pearson.

- Chevallard, Y. (1991). *La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Buenos Aires, Argentina: Aique.
- D'Amore, B. (2011). La didáctica del infinito matemático. En J. Rojas (Ed.), XXIV Coloquio distrital de Matemáticas y Estadística (pp. 21-27). Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Gaia.
- Dickson, L., Brown, M. y Gibson, O. (1991). *El Aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid, España: Editorial Labor, S.A.
- Gobierno de Colombia. MEN. (1998). *Lineamientos Curriculares Matemáticas, Áreas obligatorias y fundamentales*. Santafé de Bogotá D.C., Colombia: MEN.
- Gobierno de Colombia. MEN. (2006). *Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas*. Bogotá, Colombia: Imprenta Nacional.
- Gobierno de Colombia. MEN. (2010). *Manual de implementación de escuela nueva. Orientaciones pedagógicas de 2 a 5 grado*. Tomo II. Bogotá, Colombia: MEN y Comité de Cafeteros de Caldas.
- Gómez, B. (2005). La enseñanza del cálculo mental. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 4, 17-29.
- Isoda, M. y Olfos, R. (2009). *La Enseñanza de la Multiplicación. El estudio de clases y las demandas curriculares*. Valparaíso, Chile: Ediciones Universitarias de Valparaíso, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso.
- Maza, C. (1991). *Enseñanza de la Multiplicación y la División*. Sevilla, España: Editorial Síntesis.
- Parra, C. y Saiz, I. (2010). *Enseñar Aritmética a los más chicos, de la exploración al dominio*. Rosario, Argentina: Homo Sapiens.
- Pena, M. (2001). *El Problema*. Montevideo, Uruguay: Impresora Editorial.
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Editorial Trillas.
- Poggioli, L. (1999). *Estrategias de Resolución de Problemas*. Serie Enseñando a aprender. Caracas, Venezuela: Fundación Polar.
- Poveda, M. (2011). El desarrollo del pensamiento multiplicativo. Recuperado de <http://www.ricardovazquez.es/MATEMATICASarchivos/MULTIPLICACION/estructura%20multi/El%20desarrollo%20del%20pensamiento%20multiplicativo.pdf>.

- Puig, L. y Cerdán, F. (1995). *Problemas Aritméticos Escolares*. Madrid, España: Editorial Síntesis.
- Steen, L. (1999). *La enseñanza agradable de las matemáticas*. México D.F., México: Editorial Limusa.
- Soriano, E. (1996). Enseñar a pensar al alumnado del primer ciclo de primaria a través de la matemática. *Revista SUMA*, 23,7-20.
- Velásquez, F. (1994). La inconcreción del lenguaje matemático en los primeros años de la escolarización. *Revista sobre la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, 16, 111-119.
- Vergnaud, G. (2004). *El Niño, las Matemáticas y la Realidad*. Ciudad de México, México: Editorial Trillas.